

Les mathématiques, la physique et les petits pois

(Dédié à ceux qui partagent l'opinion de P. B. — l'un de ces futurs bacheliers sur qui l'enseignement secondaire dépose si délicatement une transparente couche de vernis scientifique — et qui me confiait l'autre jour, complétant la parole par le geste: « Vous comprenez, Monsieur, les maths et la physique après le « bac », on s'en..... »)

M. de Neymann, agrégé des sciences, est un jeune et déjà parmi nous, illustre savant (sa modestie que grande dût-elle en souffrir).

Nous le connaissons déjà par les remarquables conférences qu'il fit à la tribune d'« Arts et Lettres » et parce que tous ses élèves du Cid où il professe, nous avaient souvent fait part de l'affectueuse admiration qu'ils avaient pour lui.

Aujourd'hui M. de Neyman a bien voulu collaborer à notre académie et nous sommes heureux de voir prouver par cet article que les gens de sciences ne sont toujours pas aussi austères que la renommée qu'on leur fait souvent trop gratuitement.

Jugez-en plutôt.

Il fait trop chaud pour écrire un article scientifique très sérieux ; mais quelques réflexions sur les petits pois permettront peut-être à mon lecteur d'apprécier jusqu'à quel point les problèmes de mathématique et de physique s'immiscent dans la vie courante.

Il y a quelques semaines, il me vint à l'idée de faire des conserves de petits pois. J'étais, à vrai dire, inexpert en la matière qui me semblait dont un nouveau champ d'expériences possibles. Je m'en fus d'abord au marché, où l'on faisait encore queue devant certains étalages.

Il y a beaucoup de façons pour une queue de s'organiser. Les unes sont rectilignes, régulières, et leur longueur est proportionnelle au nombre des individus : on peut y apprécier d'un coup d'œil, d'après le rang que l'on occupe, le temps d'attente probable par rapport au dernier de la queue (ce qui est toujours consolant). D'autres sont enroulées autour de l'objet de la convoitise de tous, telles certaines queues de poissons, et l'on peut y évaluer sa place par sa situation angulaire, aussi bien et plus facilement que par son abscisse curviligne. D'autres encore sont étalées sur une surface demi-circulaire, comme la queue au tabac ; le nombre des individus qui la composent est cette fois proportionnel au carré du rayon, ce qui offre des satisfactions gratuites au bon calculateur mental qui, progressant du dix-septième au treizième rang rend compte qu'il a réalisé une avance de 120/289 ou de 41,52 %. Ces queues, par leur forme régulière et leur absence d'excentricité elliptique expliquent l'équilibre circulaire des molécules d'une nébuleuse, serrées les unes contre les autres et attirées vers le centre, subissant une pression qui augmente continûment, mais suivant une loi complexe — loi qui pourrait se représenter si la matière de la nébuleuse était insensible à la pression par la formule

$$p = k (R^2 - X^2)$$

R étant le rayon de la queue et **x** la distance au centre, mais qui, dans le cas de molécules ou individus compressibles doit satisfaire à une équation différentielle dont le type le plus simple (valable pour un gaz parfait) serait :

[Formule non retranscrite - formule 01]

$$dp = -k \frac{pdx}{x^2} \int_0^x px^2 dx$$

ce qui supposerait du reste la température constante, hypothèse évidemment absurde dans le cas tout au moins de la queue au tabac, où la température s'élève rapidement à mesure que l'on approche du point double appelé justement par les mathématiciens « foyers fondus de l'ellipse dégénérée en cercle ».

Mais revenons à nos petits pois comme je le fis — quelques jours plus tard, pour éviter toute queue. ils étaient abondants, cette fois, et de toutes espèces ; les uns petits et fins dans des cosses bien vertes, d'autres dodus à souhait, d'autres déjà jaunissant, et le choix devenait un problème. Un problème de rendement avant tout. En effet, l'intéressant dans les petits pois est évidemment la graine et non le fruit entier, ou plutôt les cosses étant **k** fois moins intéressantes alimentaires pour mon lapin et mes canards, que ma vanité d'homme qualifie de secondaire), les cosses étant 4 fois moins intéressantes que les graines, je puis évaluer un rendement en poids de mes pois par le rapport

[Formule non retranscrite - formule 02]

$$r = \frac{p + c/k}{p + c}$$

p désignant le poids des petits pois proprement dits et c celui des cosses.
Ce rendement peut s'écrire sous la forme

[Formule non retranscrite - formule 03]

$$r = \frac{\frac{p}{c} + \frac{1}{k}}{\frac{p}{c} + 1}$$

(en divisant numérateur et dénominateur par c)

ce qui le transforme en une fonction homographique de P/C , constamment croissante, et montre que j'ai intérêt à acheter des petits pois ayant beaucoup de

poids de pois par rapport au poids des cosses. On se serait douté à vrai dire, sans passer par la fonction homographique ! Mais c'est une satisfaction que l'on peut s'accorder que de savoir se rendre un compte exact des raisons intimes pour lesquelles les choses évidentes nous paraissent telles.

Cette première question de rendement étant tranchée, une autre se pose & celui qui regarde un peu plus loin que le bout de son nez (ce qui n'est pas si facile quand on a un nez aussi respectable que le mien), en l'occurrence pour celui qui se préoccupe de savoir comment il conservera ses petits pois. En effet, la mise en bouteille de ceux-ci nécessite des flacons, objets autrefois du mépris de Baudelaire¹ — qu'importe le flacon pourvu qu'on ait... les petits pois — mais aujourd'hui denrée rare et de prix. Il s'agit donc de mettre dans chaque bouteille autant que possible de matière comestible. Vaut-il mieux prendre des pois fins, mi-fins ou extrafins ?

Un théorème de géométrie du livre de la similitude répond qu'une telle question est absurde, du moment que les pois ont même forme sphérique et mêmes dimensions : le volume apparent d'un ensemble de sphères identiques en contact ne dépend, si ces sphères sont bien entassées que du volume réel de l'ensemble des sphères et non de la dimension de chacune. Supposons par exemple que les sphères soient chacune inscrites dans un cube ; le volume de la sphère étant $\frac{4}{3} \pi R^3$ et celui du cube $(2R)^3 = 8 R^3$ le rapport du [volume utilisé au volume total serait

[Formule non retranscrite - formule 04]

$$\frac{\frac{4}{3} \pi R^3}{8 R^3} = \frac{\pi}{6} = 0,5236 \quad \text{ou} \quad 52,36\%$$

donc indépendant du rayon de la sphère. En réalité les sphères, bien que tangentes en 6 points de chacune d'elles, ne seraient pas serrées au maximum ; on pourrait les tasser davantage, d'abord par plans parallèles en les disposant comme des carreaux hexagonaux ou comme des alvéoles dans une ruche) ce qui reviendrait à les inscrire chacune dans un prisme hexagonal droit de section $[2 R^2 \sqrt{3} \dots]^2$ et de hauteur $2R$, donc de volume

$$4 R^3 \sqrt{3}$$

et donnerait un rendement de

[Formule non retranscrite - formule 05]

$$\frac{\frac{4}{3} \pi R^3}{4 \sqrt{3} R^3} = \frac{\pi}{3 \sqrt{3}} = 0,6046 \quad \text{ou} \quad 60,46\%$$

Puis, en décalant les plans parallèles contenant les centres des sphères, on pourrait les resserrer de façon à profiler des creux laissés entre chaque groupe de 3 sphères, de sorte que les distances de ces plans, au lieu d'être $2R$ seraient réduites à la hauteur d'un tétraèdre régulier d'arête $2R$, soit $2R \sqrt{2/3}$ et que le volume d'encombrement de chaque sphère serait celui du dodécaèdre régulier circonscrit, ou celui du prisme précédent multiplié par $\sqrt{2/3}$ c'est-à-dire

$$4 R^3 \sqrt{3} \times \sqrt{2/3} = 4 R^3 \sqrt{2}$$

Au total, le rendement en volume serait, dans le cas le plus favorable, pour des petits pois sphériques, indéformables et identiques en contact chacun avec 12 autres de

1 NDLR : Respect volontaire de son orthographe sur le journal, ceci n'étant pas une faute, nous n'avons pas corrigé en « Baudelaire » !

2 NDLR : Formule incertaine et probablement incomplète car l'encre d'imprimerie a été bue par le papier journal.

[Formule non retranscrite - formule 06]

$$\frac{\frac{4}{3} \pi R^3}{4 \sqrt{2} R^3} = \frac{\pi \sqrt{2}}{3 \sqrt{2}} = 74,03 \%$$

et cela quel que soit le diamètre de chacun (pourvu évidemment que, méritant leur nom, les pois soient assez petits pour passer par le goulot).

Comme les pois ne sont pas très durs après cuisson, en tenant compte du léger écrasement chacun je puis espérer atteindre un rendement en volume de 75 % mais il me faut me résigner à perdre 1/4 de litre par bouteille d'un litre. Si l'on imaginait pourtant d'autres pois bien plus petits qu'on introduirait ensuite dans les interstices des premiers, on pourrait combler une partie des vides, et cette idée nous met sur la piste du théorème de mathématiques supérieures dont je laisse à mon lecteur (sil s'en est trouvé un pour me suivre jusqu'ici) le plaisir de la démonstration : lorsqu'une collection d'objets ayant géométriquement même forme est réservée au maximum, si les contacts se font sans frottement, le rapport entre le volume propre des objets et le volume d'encombrement de l'ensemble est d'autant plus voisin de l'unité que la distribution des dimensions de ces objets se fait sur une plus large échelle en valeur relative.

La conclusion pratique est que j'ai intérêt à acheter des petits pois de grosseur variée et à m'adresser par exemple à plusieurs fournisseurs ; conclusion qui soulève des problèmes d'ordre psychologique sur la meilleure manière de m'y prendre afin que ces achats me laissent en bons termes avec chacun, sans exciter la jalousie des autres. Mais ceci est une autre histoire, et je cède la parole à de plus compétents que moi, me contentant de déguster d'avance le plaisir, non encore de manger mes petits pois, mais d'étudier les réactions physiques et chimiques qui ne manqueront pas de se produire au cours de l'ouverture des cosses, de l'extraction des pois, de leur introduction dans la bouteille... et de phénomènes imprévus de germination qui aboutirent à me faire changer d'idée, et au lieu de les faire cuire, à semer mes petits pois dans mon jardin !

J. de NEYMAN

Agrégé des Sciences Physiques